الشغـــل و الطــاقة الحـــركــية
Le travail et l'énergie cinétique

I. الطاقة الحركية

1. الطاقة الحركية لجسم صلب في إزاحة

نقـول أن جسمـا في إزاحـة إذا حـافـظت متجـهة $\overrightarrow{AB}$ لنقطتـين مـا من هـذا الجسـم على نفـس الاتجـاه، و نفـس المنحـى خـلال هذا الانتقـال.

تعريف : نسمي الطـاقة الحـركية لجسم صلـب في حركة إزاحـة متجهة سرعته $\vec{V}$ نصف جداء كتلته m و مربع متجهة السـرعة :
$$\boxed{E_C = \frac{1}{2}.m.V^2}$$
وحـدة الطـاقة الحـركية في النظـام العـالمي للوحدات (SI) هـي: **الجـول (J)**

ملحوظة:

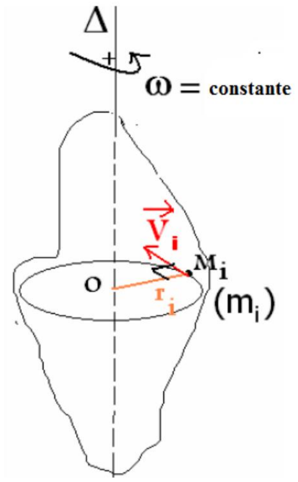
- من خلال تعبير الطاقة الحركية يتضح انه كلما كبرت كتلة الجسم وسرعته، تزداد طاقته الحركية.
- الطاقة الحركية مقدار سلمي ، وتتعلق بالجسم المرجعي الذي تم اختياره.

تطبيق : تمرين 2 ص 53

1. حساب الطاقة الحركية لنوترون :
$$\boxed{E_C = \frac{1}{2}.m.V^2 = \frac{1}{2}.1,67.10^{-27}.\left(64.10^3\right)^2 = 3,42.10^{-18}\ J}$$

2. حساب الطاقة الحركية لكرة القدم :
$$\boxed{E_C = \frac{1}{2}.m.V^2 = \frac{1}{2}.0,43.\left(\frac{72}{3,6}\right)^2 = 86\ J}$$

2. الطاقة الحركية لجسم صلب في دوران حول محور ثابت



في كل لحظة، يكون لنقط جسم صلـب في دوران حـول محـور ثـابت Δ نفس السـرعة الـزاوية ω.

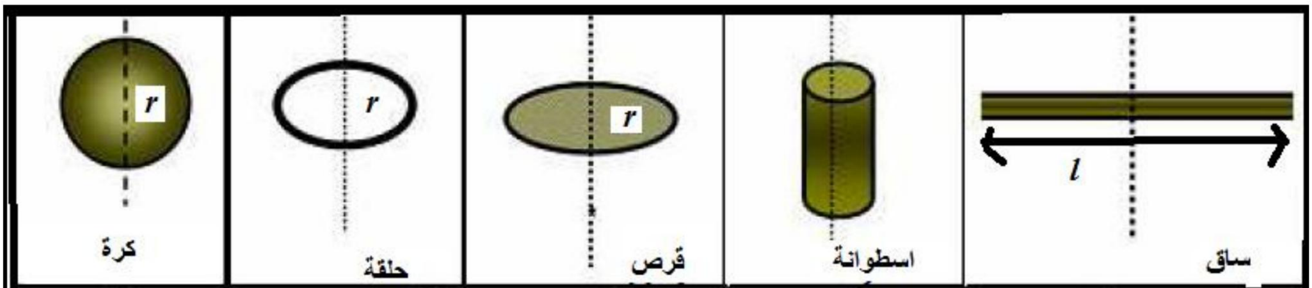
الطـاقة الحـركية لجـزء صـغير كتلته m_i نعتـبره نقـطة M_i من الجسـم يبعـد عن المحـور Δ بالمسـافة r_i تكتـب:
$$\boxed{E_{C\,i} = \frac{1}{2}.m_i.V_i^2}$$

الطـاقة الحـركـية الكلية للجسـم هـي:

$$E_{Ci} = \Sigma\, E_{C\,i} = \Sigma\, \frac{1}{2}.m_i.V_i^2 = \Sigma\, \frac{1}{2}.m_i.(r_i.\omega)^2 = \frac{1}{2}.(\Sigma.m_i.r_i^2).\omega^2$$

نضـع: $\boxed{J_\Delta = \Sigma.m_i.r_i^2}$ مقدار يميز توزيـع المادة المكونة للجسم حول المحـور، يسمى عـزم قصـور الجـسم بالنسبة للمحـور Δ ، وحدته في النظام العالمي للوحدات هي $kg.m^2$.

عـزم القصـور لبعض الأجسـام المتجـانسة:



ساق	اسطوانة	قرص	حلقة	كرة
$J_\Delta = \frac{1}{12}ml^2$	$J_\Delta = \frac{1}{2}mr^2$	$J_\Delta = \frac{1}{2}mr^2$	$J_\Delta = mr^2$	$J_\Delta = \frac{2}{5}mr^2$

خلاصة : الطـاقة الحركية لجسم صـلب في دوران حـول محـور ثـابت Δ هي:

$\boxed{E_C = \frac{1}{2}.J_\Delta.\omega^2}$ ω السـرعة الزاوية للجسم و J_Δ عـزم قصـور الجسم بالنسبة لمحـور الدوران Δ

تطبيق: تمرين 4 ص 53

1. حساب عزم قصور الأرض بالنسبة لمحور القطبين :

بما أن الأرض كرة متجانسة فإن : $\boxed{J_\Delta = \frac{2}{5}M_T.R_T^2 = \frac{2}{5}.6.10^{24}.\left(6380.10^3\right)^2 = 9,77.10^{37}\ kg.m^2}$

حساب الطاقة الحركية :

$$\boxed{E_{C\,rot} = \frac{1}{2}.J_\Delta.\omega^2 = \frac{1}{2}.J_\Delta.\left(\frac{2.\pi}{T}\right)^2 = \frac{1}{2}.9,77.10^{37}.\left(\frac{2.\pi}{86400}\right)^2 = 2,58.10^{29}\,J}$$

2. حساب الطاقة الحركية للأرض في حركتها حول الشمس باعتبار الأرض عبارة عن نقطة :

$$\boxed{E_{Ctrans} = \frac{1}{2}.M_T.V^2 = \frac{1}{2}.M_T.\left(\frac{2.\pi.R}{T'}\right)^2 = \frac{1}{2}.6.10^{24}.\left(\frac{2.\pi.1,5.10^{11}}{3,15.10^7}\right) = 2,68.10^{33}\ J}$$

II. تغـير الطـاقة الحـركية لجسـم صلـب

1. حالة جسم صلب في سقوط حر

1.1. النشاط 2 ص 43

نطلق كرية فولاذية من ارتفاع h بدون سرعة بدئية، و نسجل حركة مركز قصورها G خلال مدد زمنية متتالية ومتساوية τ. نأخذ g = 10 N/kg.

تأثير الهواء مهمل ، نعتبر الكرية في سقوط حر

1.2. حصيلة النشاط

1. إتمام الجدول :

الموضع	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7
الارتفاع hi(m)	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20	1,40
Δt (10-3 s)	8,700	6,38	5,18	4,48	4,05	3,70	3,48
Vi (m/s)	***	2,82	3,47	4,02	4,44	4,86	***
Eci (10^{-1} J)	***	0,95	1,44	1,94	2,36	2,83	***
W(P) (10^{-1} J)	***	0,47	0,94	1,41	1,88	2,35	***

مثال لحساب $\boxed{W_{A1Ai}(\vec{P})}$:

$$\boxed{W_{A1A2}(\vec{P}) = m.g.A_1A_2 = m.g(h_2 - h_1) = 0,024.9,81.(0,4-0,2) = 4,70.10^{-2}\,J}$$

2. تمثيل المنحنى $Ec = f\left[W_{A1Ai}(\vec{P})\right]$:

3. يمثل الاحداثي عند الأصل الطاقة الحركية البدئية للكرية .

4. تحديد المعامل الموجه للمستقيم : $\boxed{a = \dfrac{\Delta E_C}{\Delta W(\vec{P})} = \dfrac{0,95-2,36}{0,47-1,88} = 1}$

5. استنتاج العلاقة المطلوبة:

بما أن المستقيم عبارة عن دالة ت معادلته تكتب على الشكل: $E_{ci} = a.W_{A1Ai}(\vec{P}) + b$

فإن : $E_{ci} = W_{A1Ai}(\vec{P}) + E_{c1}$ ومنه : $\boxed{E_{ci} - E_{c1} = W_{A1Ai}(\vec{P})}$

1.3. خلاصة: يساوي شغل القوة المطبقة على الجسم و هي الوزن بين تاريخين t_1وt_2، تغيرالطاقة الحركية للجسم في سقوطه الحر بين هذين التاريخين:

$$\boxed{\Delta E_C = W_{AiAf}(\vec{P})}$$

2. حركة جسم صلب فوق مستوى مائل

2.1. النشاط 3 ص 45

نضع حاملا ذاتيا كتلته m =732 g فوق منضدة مائلة بزاوية α = 10° بالنسبة للمستوى الأفقي و نسجل حركة مركز قصوره خلال مدد زمنية متتالية ومتساوية τ = 60 ms.

2.2. حصيلة النشاط

1. يخضع الحامل الذاتي لوزنه **P** وتأثير السطح **R**.
2. لنحسب، بين موضعين، تغير كل من الطاقة الحركية للحامل وشغل القوى المطبقة عليه.

النقطة	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_7
d(m)	0	0.4	1.1	2.15	3.6	5.3	7.6
V (m/s) 10-2	***	9.1	14.5	20.8	26.2	33.3	40.8

➢ **تغير الطاقة الحركية**

$$\mathbf{E_{C5} = \frac{1}{2}.0,472.(0,33)^2 J = 26,17.10^{-3} J \quad ;E_{C2} = \frac{1}{2}.0,472.(0,145)^2 J = 4,96\ 10^{-3} J}$$

ومنه : $\Delta E_C \approx \mathbf{21.10^{-3} J}$

➢ **شغل القوى المطبقة على الحامل**

$$W(\vec{R})_{M2\to M5} = 0$$

$$W(\vec{P})_{M2\to M5} = m.g.\sin(\alpha).(x_5 - x_2) = 0.472*10*0.1*4.2.10^{-2}\ J = 21.10^{-3}\ J$$

3. استنتاج:

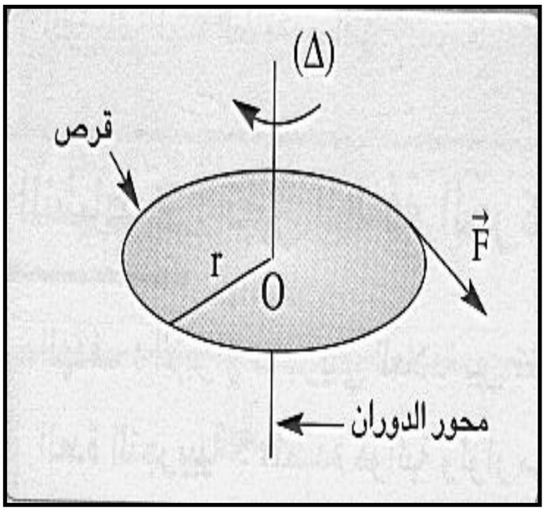
$$\boxed{\Delta E_c = W(\vec{P})_{M2\to M5} + W(\vec{R})_{M2\to M5}}$$

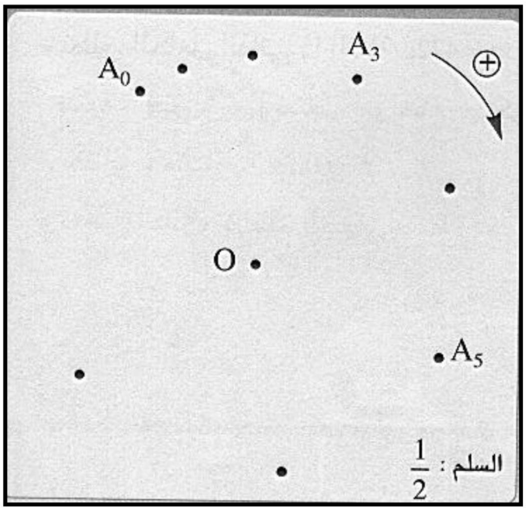
2.3. خلاصة: يساوي تغير الطاقة الحركية للحامل، بين تاريخين t_1 و t_2 ، مجموع أشغال القوى المطبقة على الحامل.

3. دوران قرص تحت تأثير قوة عزمها ثابت

يدور قرص متجانس كتلته $m=1,15\,kg$ و شعاعه r بدون احتكاك حول محور ثابت Δ يمر من مركز قصوره G و هو عمودي على القرص و ذلك تحت تأثير قوة شدتها ثابتة $F=1.20\,N$

ممـاسة لمحـيط القـرص.





يمثـل الشكـل أعلاه تسجيـل بسـلم $\frac{1}{2}$ لحـركة نقطـة مـن محـيط القـرص و ذلك خـلال مـدد متتـالية ومتسـاوية $\tau = 60\,ms$.

- النتـائج التجـريبية:

A_7	A_6	A5	A4	A_3	A_2	A_1	A_0	النقطـة
4.76	3.63	2.63	1.8	1.08	0.56	0.23	0	θ (rad)
***	17.75	15.25	12.9	10.33	7.08	4.66	0	ω (rad/s)

- **حساب تغير الطـاقة الحـركية:**

$$J_\Delta = \frac{1}{2}\mathbf{m.r^2} = \mathbf{14,37.10^{-4}kg.m^2} \quad , \quad \mathbf{E_C = \frac{1}{2}.J_\Delta.\omega^2}$$

$$\mathbf{E_{C3} = 0,5.14,37.(10,33)^2.10^{-4}\,J = 7,66.10^{-2}\,J}$$
$$\mathbf{E_{C6} = 0,5.14,37.(17,75)^2.10^{-4}\,J = 22,63.10^{-2}\,J}$$

$$\mathbf{\Delta E_C = E_{C6} - E_{C3} = 22,63.10^{-2} - 7,66.10^{-2} \approx 15.10^{-2}\,J}$$

حساب شغل القوى المطبقة على القرص :

$$\mathbf{W(\vec{P}) = 0\ J}$$
$$\mathbf{W(\vec{R}) = 0\ J}$$
$$\mathbf{W(\vec{F}) = F.r.(\theta_6 - \theta_3) = 1,2.5.10^{-2}.(3,63 - 1,08).J \approx 15\ .10^{-2}\ J}$$

استنتـاج:

$$\boxed{\Delta E_c = W_{A2A4}(\vec{P}) + W_{A2A4}(\vec{R}) + W_{A2A4}(\vec{F_1}, \vec{F_2})}$$

خلاصة: يساوي تغير الطاقة الحركية للقرص، بين تاريخين t_1 وt_2 ، مجموع أشغال القوى المطبقة عليه.

III . نص مبرهنة الطاقة الحركية

يساوي تغير الطاقة الحركية لجسم صلب في إزاحة مستقيمية أو في دوران حول محور ثابت بين لحظتين، المجموع الجبري لأشغال كل القوى المطبقة على هذا الجسم بين هاتين اللحظتين: $\boxed{\Delta E_C = E_{cf} - E_{ci} = \Sigma W_{if}(\vec{F})}$

ملحوظة : الخطوات الواجب إتباعها لتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية

- تحديد المجموعة المدروسة
- تحديد المعلم الذي تدرس في الحركة
- جرد القوى
- تحديد الحالة البدئية والحالة النهائية
- تطبيق م . ط . ح.

IV . تطبيقات

1. التطبيق 1

ينزلق جسم (S) كتلته $m = 40\ kg$ على مستوى مائل بزاوية $\alpha = 12°$ بالنسبة للخط الأفقي.

علما أن الجسم انطلق بدون سرعة بدئية و أن سرعته أصبحت $V_2 = 40\ km/h$ بعد أن قطع المسافة $A_1A_2 = 80\ m$.

نعطي: $g = 10\ N/kg$

1. عين شدة قوة الاحتكاك علما أن القوة التي يطبقها السطح على الجسم ثابتة.
2. أوجد المسافة التي يقطعها الجسم قبل أن يتوقف إذا تابع، انطلاقا من النقطة A_2، مساره فوق مستوى أفقي.

الحل:

.1

- المجموعة المدروسة : { الجسم (S) }
- القوى المطبقة على المجموعة: $\vec{P}$ وزن الجسم و $\vec{R}$ تأثير السطح
- تطبيق مبرهنة الطاقة الحركية: $\Delta E_C = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$ بذلك : $\frac{1}{2}mV_2^2 = m.g.AB.\sin(\alpha) - f.AB$

$$\boxed{f = \frac{\mathbf{m.g.AB.\sin(\alpha) - \frac{1}{2}m.V_2^2}}{\mathbf{AB}} = \mathbf{m.\left[g.\sin(\alpha) - \frac{V_2^2}{2.AB}\right] = 52,3\ \ N}}$$

2. لدينـا : $\Delta E_C = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$ و $W(\vec{P}) = 0 \quad ; \quad W(\vec{R}) = -f.L$

أ ي أن : $-\frac{1}{2}mV_2^2 = -f.L$ ومنه : $\boxed{L = \frac{\frac{1}{2}mV_2^2}{f} = 47,2\ m}$

2. التطبيق 2

بواسطة محرك قدرته ثـابتة $\wp = 12\ W$ نجـعل أسطـوانة متجـانسة، كتلـتها $m = 1\ kg$ و شعـاعها $r = 25\ cm$ ، تـدور حـول محـور ثـابت (Δ) يمـر بمـركز قصـورها.

1) احسـب المدة الزمـنية Δt اللازمة ليصـبح تردد الأسطـوانة $N = 14\ tr/s$ نعتـبر الاحتكـاكات مهـملة.

2) عند التـردد $N = 14\ tr/s$ ، نطـبق ممـاسيا على محـيط الأسطـوانة قـوة $\vec{F}$ ثـابتة ، لتصبح حـركتها منتـظمة، عيـن شدة القـوة $\vec{F}$.

الحـل:

.1

- **المجموعة المدروسة** : { الأسطوانة }
- جرد القوى المطبقة على المجموعة: C المزدوجة المحركة و $\vec{P}$ وزنها و $\vec{R}$ تأثير محور الدوران
- تطبيق مبرهنة الطاقة الحركية: $\Delta E_C = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) + W(C)$

أي أن : $\frac{1}{2}J_\Delta \omega_2^2 = \wp.\Delta t$ ونعلم أن $\omega = 2\pi.N$ و $J_\Delta = \frac{1}{2}m.r^2$

ومنه : $\boxed{\Delta t = \frac{\pi^2.m.N^2.r^2}{\wp} = 10\ s}$

2. لدينـا : $\Delta E_C = 0 = W(C) + W(\vec{F})$ أ ي أن : $M(C) + M_\Delta(\vec{F}) = 0$

ونعلم أن : $M(C) = \frac{\wp}{\omega} \quad ; \quad M_\Delta(\vec{F}) = -F.r$

ومنه : $\boxed{F = \frac{\wp}{2.\pi.N.r} = 0,55\ N}$