

## المادة: الرياضيات

### ملخص لدرس المتتاليات العددية

- مستوى: السنة الأولى من سلك البكالوريا**
- شعبة التعليم الأصيل: مسلك العلوم الشرعية و مسلك اللغة العربية
  - شعبة الآداب و العلوم الإنسانية: مسلك الآداب و مسلك العلوم الإنسانية

### المتتاليات الحسابية: تذكير

#### تمرين تمهيدى

لاحظ ثم أتمم بأربعة أعداد ملائمة لتسلسل كل متتالية من المتتاليات التالية :

1. 0, 2, 4, 6, 8, 10, .....

2. 6, 3, 0, -3, -6, -9, -12, .....

3. 1, 3, 9, 27, 81, 243, .....

4. 1,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{8}$ ,  $\frac{1}{16}$ ,  $\frac{1}{32}$ , .....

5. 1, 2, 4, 9, 16, 32, 64, .....

**مثال:** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة بالصيغة الصريحة التالية:  $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 2n - 1$

- أحسب حدها الأول  $u_0$
- أحسب الحدود الأربعة الأولى للمتتالية  $(u_n)_{n \geq 1}$
- أحسب  $u_{n+1} - u_n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

#### 1. تعريف:

نقول إن  $(u_n)_{n \in \mathbb{I}}$  متتالية حسابية إذا وجد عدد حقيقي  $r$  بحيث:  $\forall n \geq n_0 \quad u_{n+1} = u_n + r$

العدد الحقيقي  $r$  يسمى أساس المتتالية  $(u_n)_{n \geq n_0}$

**مثال:** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كالتالي:  $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 2n + 3$

1. أحسب:  $u_{n+1} - u_n$

2. ماذا تستنتج؟

#### 2. صيغة الحد العام للمتتالية بدلالة $n$ :

إذا كانت  $(u_n)$  متتالية حسابية أساسها  $r$  وحدها الأول  $u_{n_0}$  فإن:  $u_n = u_{n_0} + (n - n_0)r$

**نتيجة:** إذا كانت  $(u_n)_{n \geq n_0}$  متتالية حسابية أساسها  $r$  فإن:  $u_n = u_p + (n - p)r$  لكل  $n \geq n_0$  و  $p \geq n_0$

#### 3. مجموع حدود متتابعة لمتتالية حسابية:

لتكن  $(u_n)_{n \in \mathbb{I}}$  متتالية حسابية

نضع  $S_n = u_p + u_{p+1} + u_{p+2} + \dots + u_n$  حيث  $n > p \geq n_0$

$$S_n = (n - p + 1) \left( \frac{u_n + u_p}{2} \right) \text{ لدينا}$$

المجموع  $S_n = u_p + u_{p+1} + u_{p+2} + \dots + u_n$  يحتوي على  $(n - p + 1)$  حد

**مثال :**

1. لتكن  $(u_n)$  متتالية حسابية أساسها  $r = \frac{1}{2}$  و حدها الأول  $u_0 = 1$

أحسب المجموع التالي :  $S_1 = u_3 + u_4 + u_5 + \dots + u_{30}$

2. لتكن  $(u_n)$  متتالية حسابية أساسها  $r = -2$  و حدها الأول  $u_0 = 4$

أحسب المجموع التالي :  $S_2 = u_7 + u_8 + u_9 + \dots + u_{25}$

**تمرين 4 :** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة بالصيغة التالية :  $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = \frac{n+3}{4}$

1. تحقق أن  $(u_n)_{n \geq 0}$  حسابية

2. أحسب المجموع :  $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_6$

### المتتاليات الهندسية

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة بالصيغة الصريحة التالية :  $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 2 \times 3^n$

1. أحسب حدها الأول  $u_0$

2. أحسب  $\frac{u_{n+1}}{u_n}$   $\forall n \in \mathbb{N}$

3. ماذا تستنتج ?

### 1. تعريف :

نقول إن  $(u_n)_{n \in I}$  متتالية هندسية إذا وجد عدد حقيقي  $q$  بحيث :  $\forall n \geq n_0 \quad u_{n+1} = qu_n$

العدد الحقيقي  $q$  يسمى أساس المتتالية  $(u_n)_{n \geq n_0}$

**مثال :** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كالتالي :  $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 3 \times \left(\frac{2}{5}\right)^n$

بين أن  $(u_n)$  متتالية هندسية و حدد أساسها و حدها الأول

### 2. صيغة الحد العام للمتتالية بدلالة $n$ :

إذا كانت  $(u_n)$  متتالية هندسية أساسها  $q$  غير منعدم و حدها الأول  $u_{n_0}$  فان :  $u_n = u_{n_0} q^{n-n_0}$

**نتيجة :** إذا كانت  $(u_n)_{n \geq n_0}$  متتالية هندسية أساسها  $q$  غير منعدم فان :  $u_n = u_m q^{n-m}$  لكل  $n \geq n_0$  و  $m \geq n_0$

### 3. مجموع حدود متتالية هندسية :

لتكن  $(u_n)_{n \in I}$  متتالية هندسية أساسها  $q$  غير منعدم نضع  $S_n = u_p + u_{p+1} + u_{p+2} + \dots + u_n$

حيث  $n > p \geq n_0$  لدينا :

• إذا كان  $q \neq 1$  فان :  $S_n = u_p \left( \frac{1 - q^{n-p+1}}{1 - q} \right)$

• إذا كان  $q = 1$  فان :  $S_n = (n - p + 1) \times u_p$

**مثال :** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة بالصيغة التالية :  $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_0 = 2$  و  $u_{n+1} = 3 \times U_n$

1. تحقق أن  $(u_n)_{n \geq 0}$  هندسية

2. أعبّر عن  $U_n$  بدلالة  $n$

3. أحسب المجموع :  $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_6$