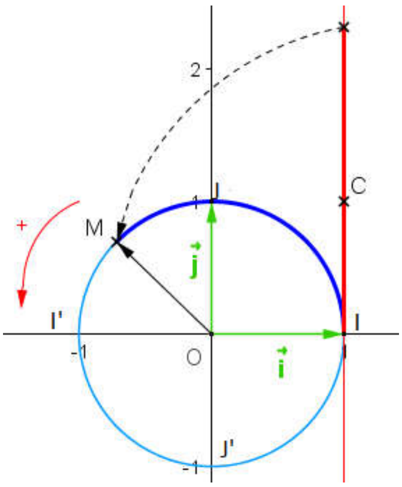
II) Les abscisse curviligne d'un point sur le cercle trigonométrique et l'angle orienté de deux demi-droites (ou de deux vecteurs):

1)Les abscisse curviligne d'un point sur le cercle trigonométrique



Activité : <u>Enroulement d'une droite autour du cercle trigonométrique</u> si le zéro de droite numérique coïncide avec l'origine I cercle trigonométrique ; et on enroule la demi- droite des réels positifs sur le cercle trigonométrique Dans le sens direct et on enroule la demi- droite des réels négatifs sur le cercle trigonométrique Dans le sens inverse chaque point M du cercle est ainsi recouvert par une infinité de nombres réels qui s'appellent : abscisses curvilignes de M

b) Définition : soit M un point du cercle trigonométrique d'origine I

Et soit α la longueur de l'arc IM l(on allant de I vers M dans le sens direct) en radian

Tout réel qui s'écrit sous la forme : $\alpha+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$ s'appelle abscisse curviligne de M

Proposition : si $x$et x' deux abscisses curvilignes du même point M dans le cercle trigonométrique alors il existe un $k\in\mathbb{Z}$ tel que : $x-x'=2k\pi$ on écrit :

$x\equiv x'[2\pi]$:Et on lit : x est congrue a x' modulo 2π

Exemples :

1) si $M=I$ alors $II=0$ donc les abscisses curvilignes de I sont de la forme :

$0+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$ par ex : 0 , 2π , -2π, 4π , -4π...

2) si $M=J$ alors $IJ=\frac{\pi}{2}$ donc les abscisses curvilignes de J sont de la forme : $\frac{\pi}{2}+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$

par ex : $\frac{\pi}{2}$, $-\frac{3\pi}{2}$, $\frac{5\pi}{2}$, $-\frac{7\pi}{2}$, $\frac{9\pi}{2}$ ……

3) si $M=I'$ alors $II'=\pi$ donc les abscisses curvilignes de I' sont de la forme : $\pi+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$

par ex : π , $-\pi$, 3π, -3π , 5π ……

4) si $M=J'$ alors $IJ'=\frac{3\pi}{2}$ donc les abscisses curvilignes de J' sont de la forme : $\frac{3\pi}{2}+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$

par ex : $\frac{3\pi}{2}$, $-\frac{\pi}{2}$, $-\frac{5\pi}{2}$, $\frac{7\pi}{2}$, $\frac{11\pi}{2}$ ……

5) $\frac{49\pi}{6}=\frac{48\pi}{6}+\frac{\pi}{6}=8\pi+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}+4\times2\pi$. Par conséquent les réels $\frac{49\pi}{6}$ et $\frac{\pi}{6}$ sont représentés par un même point sur le cercle trigonométrique.

2) <u>abscisse curviligne principale</u>

<u>Définition :</u> parmi les abscisses curvilignes d'un point M du cercle trigonométrique une seule se situe dans l'intervalle $]-\pi\,;\pi]$ et on l'appelle abscisse curviligne principale du point M

Exemples :

1) les abscisses curvilignes de I sont de la forme : $0+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$

Donc 0 est l'abscisses curviligne principale de I car $0\in]-\pi\,;\pi]$

2) pour J on a $\frac{\pi}{2}\in]-\pi\,;\pi]$ Donc $\frac{\pi}{2}$ est l'abscisses curviligne principale de J

3) de même I' on a $\pi\in]-\pi\,;\pi]$ Donc π est l'abscisses curviligne principale de I'

4) de même J' on a $-\frac{\pi}{2}\in]-\pi\,;\pi]$ Donc $-\frac{\pi}{2}$ est l'abscisses curviligne principale de J'

APPLICATION :

1)Déterminer l'abscisses curviligne principale de chacune des abscisses suivantes

7π , $\frac{110\pi}{3}$, $\frac{19\pi}{4}$, $-\frac{131\pi}{3}$, $-\frac{217\pi}{6}$

2)Placer sur le cercle trigonométrique les points

$A(0)$; $B\left(\frac{\pi}{2}\right)$; $C\left(\frac{\pi}{4}\right)$; $D\left(\frac{\pi}{3}\right)$; $E\left(\frac{\pi}{6}\right)$; $M\left(\frac{7\pi}{2}\right)$

$F\left(\frac{5\pi}{6}\right)$; $G\left(-\frac{\pi}{2}\right)$; $H\left(-\frac{\pi}{4}\right)$; $N\left(\frac{3\pi}{2}\right)$; $I\left(\frac{2007\pi}{4}\right)$

Correction :

- $x=7\pi$ et soit α l'abscisses curviligne principale associée a x

  Alors il existe un $k\in\mathbb{Z}$ tel que : $\alpha-x=2k\pi$ c a d $\alpha=7\pi+2k\pi$ et $\alpha\in]-\pi\,;\pi]$

  c a d $-\pi<7\pi+2k\pi\leq\pi$ et $k\in\mathbb{Z}$